

I. Simplification de fonctions par l'algèbre de Boole

1. Montrer que : $x + \bar{x}y = x + y$
2. Simplifier les fonctions suivantes :

$$F1 = a(a + b)$$

$$F2 = (a + b) \cdot (\bar{a} + \bar{b})$$

$$F3 = (a + b + c) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) + ab + bc$$

$$F4 = (a \cdot c + b \cdot \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{c}) \cdot b$$

$$F5 = a \cdot b \cdot c + c \cdot (a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b})$$

3. Montrer que la fonction $F = a + \bar{a}b + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}e$ peut être écrite sous la forme $F = a + b + c + d + e$

II. Expression de fonction à l'aide de porte NAND

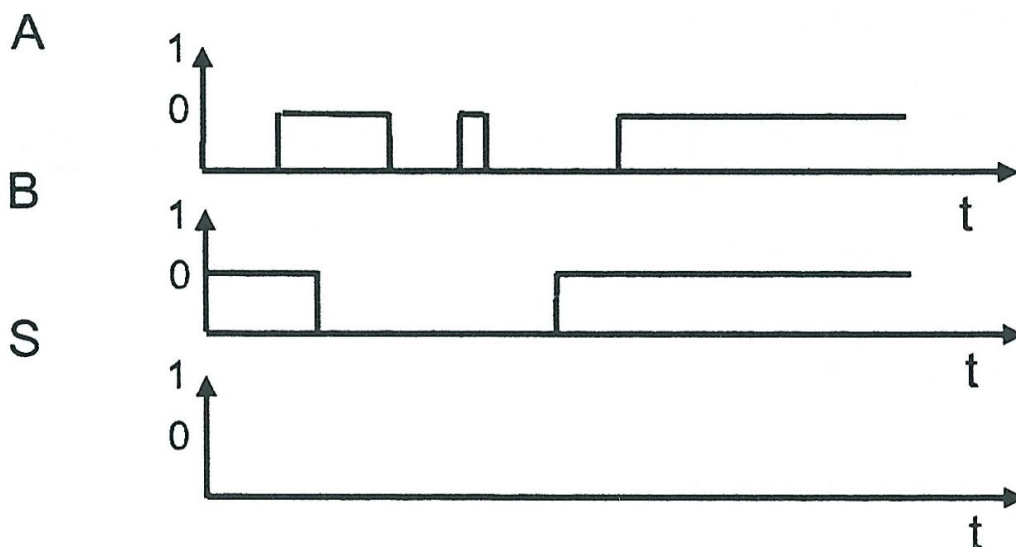
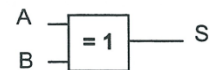
Réaliser, à l'aide de porte NAND uniquement, les fonctions suivantes :

- $F1 = ab + ac$
- $F2 = ab + bc + ac$

III. Chronogrammes et portes logiques

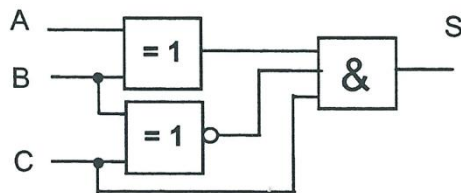
On se munit d'une porte logique « ou-exclusif » à deux entrées :

Donner la forme du signal de sortie S pour les signaux d'entrée A et B.



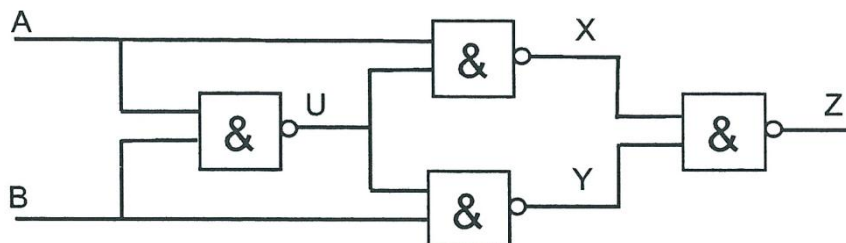
IV. Conditions d'entrée

Pour le circuit qui suit, déterminer les conditions d'entrée (niveaux logiques de A, B et C) qui produisent en sortie $S = 1$



V. Logigramme

Quelle est la fonction logique simple réalisée par le circuit ci-dessous ?



VI. De la forme canonique au tableau de Karnaugh

Soit la fonction booléenne : $F = \bar{a}b + +b\bar{c} + \bar{a}c + abc$

Donner sa forme canonique. En déduire sa table de vérité. Donner également son tableau de Karnaugh.

VII. Distributeur de boisson

Un distributeur de boissons est muni :

- d'une fente pour loger une pièce p de 1€

et de 3 boutons poussoirs :

- **e** = bouton "eau"
- **c** = bouton "cassis"
- **m** = bouton "menthe"

L'appareil propose trois boissons : l'"eau nature", le "cassis à l'eau" ou la "menthe à l'eau".

Pour demander une "menthe à l'eau" par exemple, les deux boutons poussoirs m et e doivent être actionnés simultanément par l'utilisateur. Selon la boisson demandée, le distributeur déclenche l'ouverture de trois électrovannes possibles :

- **E** = électrovanne "Eau"
- **C** = électrovanne "Cassis"
- **M** = électrovanne "Menthe"

Pour toute fausse manœuvre, c'est-à-dire la demande d'une boisson non prévue par le distributeur, l'appareil, au bout de quelques secondes, ne fait que rendre la pièce éventuellement introduite (Rendu de pièce = fonction **Rp**).

Remarque : l'"eau nature" est généreusement offerte par l'appareil.

Identifier les entrées et sorties du distributeur de boissons proposé.

A partir de leur table de vérité, donner l'expression logique des sorties (en fonction des entrées).

Donner finalement le logigramme du distributeur de boissons (toutes portes logiques autorisées)

VIII. Eclairage va-et-vient

Trois interrupteurs A, B, et C placés dans un couloir peuvent commander l'état d'une même lampe L (lampe éteinte = état 0, lampe allumée = état 1).

A chaque action sur l'un quelconque des interrupteurs (c'est-à-dire à chaque changement d'état de l'un quelconque des interrupteurs), la lampe doit changer d'état.

Donner le tableau de Karnaugh de la lampe L en fonction de A, B et C (en passant, ou non, par la table de vérité).

Ecrire L sous forme d'une relation logique. Regrouper astucieusement les termes de la relation logique pour ne faire apparaître des portes "ou exclusif" (XOR).